УДК 621.396 + 681.5.015.52

*М. А. Щербаков, В. В. Сазонов, Р. Н. Исянов*

# МАТРИЧНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ДВУХМЕРНЫХ ДИСКРЕТНЫХ ФИЛЬТРОВ ВОЛЬТЕРРА

**Аннотация**.

*Актуальность и цели.* Объектом исследования являются многомерные дискретные фильтры Вольтерра (ФВ, полиномиальные фильтры), определяемые отрезком дискретного функционального ряда. Предметом исследования являются способы эффективной реализация ФВ, основанные на их представлении в матричном виде и выполнение процедуры декомпозиции. Целью работы является разработка способов эффективной реализации двухмерных дискретных ФВ за счет выполнения распараллеливания и унификации вычислительных операций.

*Материалы и методы.* Для описания процесса многомерной дискретной фильтрации использовано матричное представление ФВ. Введено понятие блочной свертки, позволяющей свести вычисление матричных нелинейных сверток к последовательности вычислений обычных двухмерных сверток, а также оценить объем необходимых вычислительных затрат.

*Результаты.* Предложен подход к реализации двухмерных дискретных ФВ, основанный на декомпозиции матричного представления нелинейных двухмерных сверток. Данный подход позволяет свести задачу реализации нелинейных ФВ к последовательно-параллельному выполнению обычных двумерных линейных сверток и может стать основой разработки параллельных вычислительных структур для реализации быстродействующих алгоритмов нелинейной фильтрации на основе использования матрицы параллельных процессоров.

*Выводы.* Метод реализации двухмерных дискретных ФВ, основанный на выполнении процедуры декомпозиции матричного представления нелинейных сверток, позволяет использовать для реализации ФВ известные методы и алгоритмы многомерной линейной фильтрации и дать им наглядную интерпретацию. Предложенный метод реализации ФВ за счет использования параллельно-последовательного выполнения процедуры вычислений обеспечивает возможность их реализации на основе использования структур процессоров систолического типа.

**Ключевые слова**: цифровая обработка сигналов и изображений, нелинейная фильтрация, фильтры Вольтерра, полиномиальная фильтрация, параллельные вычисления.

*M. A. Shcherbakov, V. V. Sazonov, R. N. Isyanov*

# MATRIX REALIZATION OF TWO-DIMENSIONAL DISCRETE VOLTERRA FILTERS

**Abstract**.

*Background.* The object of the research is multidimensional discrete Volterra filters (VF, polynomial filters), determined by a section of a discrete functional series. The subject of the research is the methods of VF effective realization, based on representation thereof in matrix form and decomposition procedure perfomance. The article is aimed at development of ways of effective realization of two-dimensional discrete VF due to paralleling and unification of computing operations.

*Materials and methods.* To describe the process of multidimensional discrete filtration the authors used matrix representation of VF. The researchers introduced a notion of sectional convultion allowing to reduce calculation of matrix non-linear convultions to a sequence of calculations of regular two-dimensional convultions, and to estimate the volume of necessary calculations.

*Results.* The authors suggest an approach to realization of two-dimensional discrete VF, based on decomposition of matrix representation on non-linear two-dimensional convultions. The given approach allows to reduce the problem of non-linear VF realization to series-parallel execution of regular two-dimensional convultions and may serve as a foundation for development of parallel computational structures intedned for realization of high-speed algorithms of non-linear filtration through parallel process matrix application.

*Conclusions.* The method of realization of two-dimensional discrete VF, based on execution of decomposition of the matrix representation of non-linear convultions, allows to use the known methods and algorithms of multidimensional filtration for realization of VF and to give clear interpretation thereof. The suggested method of VF realization through using series-parallel execution of calculations provides an opportunity of realization thereof on the basis of application of structures of systolic processes.

**Key words**: digital signal and image processing, non-linear filtering, filters Volterra, polynomial filtering, parallel calculations.

## Введение

С целью расширения спектра задач, решаемых средствами цифровой обработки сигналов и изображений, и преодоления ограничений, присущих методам линейной фильтрации, в настоящее время активно внедряются методы нелинейной фильтрации. Наиболее известными классами нелинейных фильтров являются: гомоморфные фильтры; морфологические фильтры; фильтры, основанные на порядковых статистиках, и их разновидности: *L*-, *R*-, *M*-фильтры, медианные фильтры; расширенные фильтры Калмана; нейронные фильтры; нелинейные фильтры Вольтерра [1].

Каждый из перечисленных классов имеет свои преимущества и область применения. Некоторые направления, такие, например, как фильтрация Калмана, гомоморфная фильтрация, имеют достаточно долгую историю. Другие направления, в частности фильтры Вольтерра, далее обозначаемые как ФВ [2, 3], появились сравнительно недавно и активно применяются в настоящее время в различных областях, таких как обработка сигналов, адаптивная эхокомпенсация, идентификация систем и управление и др.

Исследование данного класса фильтров, называемых также полиномиальными фильтрами [2], позволяет перенести известные методы многомерной линейной фильтрации на нелинейный случай. В то же время их реализация связана с существенным возрастание вычислительных затрат, что делает актуальной задачу разработки подходов, позволяющих использовать современные методы параллельных вычислений.

## 1. Математическое описание многомерных дискретных ФВ

В общем случае дискретный ФВ размерности $r$ и порядка $M$ определяется конечным дискретным рядом Вольтерра (функциональным полиномом) вида [3]

$$y(\mathbf{n}) = h_0 + \sum_{m=1}^{M} y_m(\mathbf{n}) = h_0 + \sum_{m=1}^{M} \sum_{\mathbf{n}_1} \dots \sum_{\mathbf{n}_m} h_m(\mathbf{n}_1,...,\mathbf{n}_m) \prod_{i=1}^{m} x(\mathbf{n} - \mathbf{n}_i),$$

где $h_m(\mathbf{n}_1, ..., \mathbf{n}_m)$ – многомерные импульсные характеристики (ядра) фильтра, зависящие от векторных аргументов $\mathbf{n}_i = [n_{i1}...n_{ir}]$.

Выходной сигнал $y(\mathbf{n})$ таких фильтров представляет собой сумму составляющих, характеризующих нелинейности различного порядка: первая $y_1(\mathbf{n})$ имеет вид линейной свертки, вторая $y_2(\mathbf{n})$ – квадратичной свертки и т.д. Составляющая $y_m(\mathbf{n})$ фильтра, определяемая нелинейной сверткой $m$-го порядка, является нелинейной относительно отсчетов входного сигнала, однако остается линейной по отношению к коэффициентам фильтра.

При $m = 1$ ядро $h_m(\mathbf{n}_1)$ представляет собой обычную импульсную характеристику многомерного линейного фильтра, в то время как при $m = 2, ..., M$ ядра $h_m(\mathbf{n}_1, ..., \mathbf{n}_m)$ можно рассматривать как импульсные характеристики высших порядков, характеризующие нелинейные свойства многомерных полиномиальных фильтров [4].

## 2. Матричное представление многомерных дискретных ФВ

Для реализации ФВ с конечной импульсной характеристикой удобным является эквивалентное матричное представление [5]. Для перехода к матричной форме записи введем в рассмотрение вектор входного сигнала:

$$\mathbf{x}_{\mathbf{n}}^T = \begin{bmatrix} x_{\mathbf{n}}(0) & x_{\mathbf{n}}(1) & \dots & x_{\mathbf{n}}(N-1) \end{bmatrix}.$$

Тогда векторное представление составляющей $y_m(\mathbf{n})$ $m$-го порядка может быть записано в виде

$$y_m(\mathbf{n}) = \mathbf{h}_m^T \mathbf{x}_{\mathbf{n}}^{(m)},$$

где вектор $\mathbf{h}_m$ коэффициентов фильтра содержит лексикографически упорядоченные значения нелинейной импульсной характеристики $h_m(\mathbf{n}_1, ..., \mathbf{n}_m)$.

Для двухмерных полиномиальных фильтров вместо векторной формы можно использовать матричную. Воспользуемся простым отображением для преобразования двухмерной индексации точек опорной области в одномерную. Для маски $3 \times 3$, например, это преобразование будет выглядеть так:

$$\Re_2 = \begin{bmatrix} (0,0) & (0,1) & (0,2) \\ (1,0) & (1,1) & (1,2) \\ (2,0) & (2,1) & (2,2) \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}.$$

Для такого представления опорной области $\Re_2$ входной сигнал может быть записан в виде $N \times N$-матрицы:

$$\mathbf{X}_{\mathbf{n}} = \begin{bmatrix} x_{\mathbf{n}}(0) & x_{\mathbf{n}}(1) & x_{\mathbf{n}}(2) \\ x_{\mathbf{n}}(3) & x_{\mathbf{n}}(4) & x_{\mathbf{n}}(5) \\ x_{\mathbf{n}}(6) & x_{\mathbf{n}}(7) & x_{\mathbf{n}}(8) \end{bmatrix}. \tag{1}$$

Здесь входной сигнал не упорядочивается в вектор, а представляется в более естественном для двухмерной фильтрации матричном виде.

Для формирования произведений отсчетов входного сигнала также воспользуемся кронекеровской степенью матрицы $\mathbf{X_n}$. Образуем $m$-упорядоченную, по Кронекеру, матрицу $\mathbf{H}_m$, содержащую элементы ядра $m$-го порядка, расположенные в соответствии с индексацией произведений отсчетов $x_\mathbf{n}(i_1)$, ..., $x_\mathbf{n}(i_m)$, содержащихся в матрице $\mathbf{X_n}^{(m)}$. Будем называть матрицу $\mathbf{H}_m$ $m$-упорядоченной, по Кронекеру. В частности, для $m = 2$ и $\mathbf{X_n}$ в виде (1) данная матрица будет выглядеть следующим образом:

$$\mathbf{H}_2 = \left[\begin{array}{ccc|ccc|ccc} h_2(0,0) & h_2(0,1) & h_2(0,2) & h_2(1,0) & h_2(1,1) & h_2(1,2) & h_2(2,0) & h_2(2,1) & h_2(2,2) \\ h_2(0,3) & h_2(0,4) & h_2(0,5) & h_2(1,3) & h_2(1,4) & h_2(1,5) & h_2(2,3) & h_2(2,4) & h_2(2,5) \\ h_2(0,6) & h_2(0,7) & h_2(0,8) & h_2(1,6) & h_2(1,7) & h_2(1,8) & h_2(2,6) & h_2(2,7) & h_2(2,8) \\ \hline h_2(3,0) & h_2(3,1) & h_2(3,2) & h_2(4,0) & h_2(4,1) & h_2(4,2) & h_2(5,0) & h_2(5,1) & h_2(5,2) \\ h_2(3,3) & h_2(3,4) & h_2(3,5) & h_2(4,3) & h_2(4,4) & h_2(4,5) & h_2(5,3) & h_2(5,4) & h_2(5,5) \\ h_2(3,6) & h_2(3,7) & h_2(3,8) & h_2(4,6) & h_2(4,7) & h_2(4,8) & h_2(5,6) & h_2(5,7) & h_2(5,8) \\ \hline h_2(6,0) & h_2(6,1) & h_2(6,2) & h_2(7,0) & h_2(7,1) & h_2(7,2) & h_2(8,0) & h_2(8,1) & h_2(8,2) \\ h_2(6,3) & h_2(6,4) & h_2(6,5) & h_2(7,3) & h_2(7,4) & h_2(7,5) & h_2(8,3) & h_2(8,4) & h_2(8,5) \\ h_2(6,6) & h_2(6,7) & h_2(6,8) & h_2(7,6) & h_2(7,7) & h_2(7,8) & h_2(8,6) & h_2(8,7) & h_2(8,8) \end{array}\right] =$$

$$= \left[\begin{array}{c|c|c} \mathbf{H}_2^0 & \mathbf{H}_2^1 & \mathbf{H}_2^2 \\ \hline \mathbf{H}_2^3 & \mathbf{H}_2^4 & \mathbf{H}_2^5 \\ \hline \mathbf{H}_2^6 & \mathbf{H}_2^7 & \mathbf{H}_2^8 \end{array}\right].$$

В общем случае составляющая $y_m(\mathbf{n})$ двухмерного полиномиального фильтра может быть представлена в следующей матричной форме:

$$y_m(\mathbf{n}) = \Sigma\left\{\mathbf{H}_m \circ \mathbf{X}_\mathbf{n}^{(m)}\right\}, \tag{2}$$

где $\circ$ означает произведение Адамара (поэлементное произведение матриц); $\Sigma\{\mathbf{A}\}$ – сумма всех элементов матрицы $\mathbf{A}$.

## 3. Реализация двухмерных дискретных ФВ на основе матричных сверток

Взаимосвязь между полиномиальными и многомерными линейными фильтрами позволяет синтезировать эффективные алгоритмы на базе уже известных алгоритмов цифровой линейной фильтрации.

Декомпозицию двухмерного дискретного ФВ произвольной размерности $m$ можно получить на основе его матричного представления. Для наглядности положим размер маски $N = 3$ и запишем (2) в блочном виде:

$$y_m(\mathbf{n}) = \Sigma\left\{\left[\begin{array}{c|c|c} \mathbf{H}_m^0 & \mathbf{H}_m^1 & \mathbf{H}_m^2 \\ \hline \mathbf{H}_m^3 & \mathbf{H}_m^4 & \mathbf{H}_m^5 \\ \hline \mathbf{H}_m^6 & \mathbf{H}_m^7 & \mathbf{H}_m^8 \end{array}\right] \circ \left[\begin{array}{c|c|c} x_\mathbf{n}(0)\mathbf{X}_\mathbf{n}^{(m-1)} & x_1\mathbf{X}_\mathbf{n}^{(m-1)} & x_2\mathbf{X}_\mathbf{n}^{(m-1)} \\ \hline x_3\mathbf{X}_\mathbf{n}^{(m-1)} & x_4\mathbf{X}_\mathbf{n}^{(m-1)} & x_5\mathbf{X}_\mathbf{n}^{(m-1)} \\ \hline x_6\mathbf{X}_\mathbf{n}^{(m-1)} & x_7\mathbf{X}_\mathbf{n}^{(m-1)} & x_8\mathbf{X}_\mathbf{n}^{(m-1)} \end{array}\right]\right\} =$$

$$=\Sigma\left\{\begin{bmatrix} x_{\mathbf{n}}(0) & x_{\mathbf{n}}(1) & x_{\mathbf{n}}(2) \\ x_{\mathbf{n}}(3) & x_{\mathbf{n}}(4) & x_{\mathbf{n}}(5) \\ x_{\mathbf{n}}(6) & x_{\mathbf{n}}(7) & x_{\mathbf{n}}(8) \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} y_{m-1}^{0}(\mathbf{n}) & y_{m-1}^{1}(\mathbf{n}) & y_{m-1}^{2}(\mathbf{n}) \\ y_{m-1}^{3}(\mathbf{n}) & y_{m-1}^{4}(\mathbf{n}) & y_{m-1}^{5}(\mathbf{n}) \\ y_{m-1}^{6}(\mathbf{n}) & y_{m-1}^{7}(\mathbf{n}) & y_{m-1}^{8}(\mathbf{n}) \end{bmatrix}\right\} = \sum_{i=0}^{8} x_i y_{m-1}^{i}(\mathbf{n}). \quad (3)$$

Данное выражение определяет выходной сигнал $y_m(\mathbf{n})$ ФВ $m$-го порядка через выходные сигналы $y^i_{m-1}(\boldsymbol{n})$ полиномиальных фильтров ($m$ – 1)-го порядка, равные

$$y_{m-1}^{i}(\mathbf{n}) = \Sigma\left\{\mathbf{H}_m^i \circ \mathbf{X}_{\mathbf{n}}^{(m-1)}\right\}.$$

В частности, для линейного случая выражение (3) приобретает вид

$$y_1(\mathbf{n}) = \Sigma\left\{\mathbf{H}_1 \circ \mathbf{X}_{\mathbf{n}}\right\} = \Sigma\left\{\begin{bmatrix} h_1(0) & h_1(1) & h_1(2) \\ h_1(3) & h_1(4) & h_1(5) \\ h_1(6) & h_1(7) & h_1(8) \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} x_{\mathbf{n}}(0) & x_{\mathbf{n}}(1) & x_{\mathbf{n}}(2) \\ x_{\mathbf{n}}(3) & x_{\mathbf{n}}(4) & x_{\mathbf{n}}(5) \\ x_{\mathbf{n}}(6) & x_{\mathbf{n}}(7) & x_{\mathbf{n}}(8) \end{bmatrix}\right\}$$

и представляет собой матричную форму записи обычной двухмерной свертки.

Для описания матричного алгоритма реализации нелинейного двухмерного ФВ введем понятие блочной свертки.

**Определение**. Пусть имеются матрицы **H** и **X** с размерностями соответственно $N_1 \times N_2$ и $M_1 \times M_2$ . Представим матрицу **H** в виде блочном матрицы размерностью $L_1 \times L_2$ вида

$$\mathbf{H} = \left[\begin{array}{c:c:c} \mathbf{H}_{11} & \cdots & \mathbf{H}_{1L_2} \\ \hdashline \vdots & \vdots & \\ \hdashline \mathbf{H}_{L_1 1} & \cdots & \mathbf{H}_{L_1 L_2} \end{array}\right],$$

где каждый блок имеет размерность $M_1 \times M_2$. Тогда под блочной сверткой будем понимать матрицу $\mathbf{Y} = \{y_{ij}\}$ размерности $L_1 \times L_2$, где каждый элемент представляет собой линейную двухмерную линейную свертку вида

$$y_{ij} = \Sigma\left\{\mathbf{H}_{ij} \circ \mathbf{X}\right\}.$$

Для обозначения блочной свертки будем использовать обозначение

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H} \mathbin{\square} \mathbf{X}.$$

Выполнение такой свертки, согласно определению, требует вычисления $L_1 \times L_2$ обычных двухмерных сверток.

С учетом введенной операции блочной свертки и уравнения (3) декомпозиции процедуру вычисления выходного сигнала $y_m(\mathbf{n})$ двухмерного ФВ $m$-го порядка можно представить как последовательность вычисления $m$ блочных сверток.

Для наглядности продемонстрируем данную процедуру на примере двухмерного ФВ третьего порядка с маской 3 × 3, выходной сигнал которого определяется выражением вида

$$y_3(\mathbf{n}) = \Sigma\left\{\mathbf{H}_3 \circ \mathbf{X}_{\mathbf{n}}^{(3)}\right\},$$

где $\mathbf{H}_3$ – матрица коэффициентов фильтра размерностью 27 × 27; $\mathbf{X}_{\mathbf{n}}$ – матрица отсчетов входного сигнала фильтра размерности 3 × 3.

В этом случае вычисление выходного сигнала $y_3(\mathbf{n})$ фильтра происходит путем последовательного вычисления следующих трех сверток:

1) блочной свертки матриц $\mathbf{H}_3$ и $\mathbf{X}$, в результате которой формируется матрица $\mathbf{Y}_3^{[1]} = \mathbf{H}_3 \square \mathbf{X}$ размерностью 9 × 9;

2) блочной свертки матриц $\mathbf{Y}_3^{[1]}$ и $\mathbf{X}$, в результате которой формируется матрица $\mathbf{Y}_3^{[2]} = \mathbf{Y}_3^{[1]} \square \mathbf{X}$ размерностью 3 × 3;

3) обычной свертки матриц $\mathbf{Y}_3^{[2]}$ и $\mathbf{X}$, в результате которой формируется скалярная величина $y_3^{[3]} = y_3(\mathbf{n})$, представляющая собой выходной сигнал ФВ в точке $\mathbf{n}$.

Согласно приведенной процедуре для вычисления выходного сигнала ФВ третьего порядка в точке $\mathbf{n}$ требуется выполнить $9 \times 9 + 3 \times 3 + 1 = 91$ операцию линейной двухмерной свертки с маской размерности 3 × 3. В общем случае реализация фильтра $m$-го порядка с маской $N \times N$ потребует выполнения

$$C = \sum_{1=1}^{m} N^{2(i-1)} = \frac{N^{2m} - 1}{N^2 - 1}$$

операций двухмерной свертки.

Таким образом, предложенная процедура матричной декомпозиции позволяет реализовать ФВ произвольного порядка путем последовательно-параллельного выполнения операций двухмерной линейной свертки, которые, в свою очередь, допускают высокоэффективную реализацию в виде структур систолического типа, матричных и волновых процессоров [6].

## Заключение

Предложенный метод реализации двухмерных дискретных ФВ, основанный на выполнении процедуры декомпозиции матричного представления нелинейных сверток, позволяет свести задачу реализации нелинейных ФВ к последовательно-параллельному выполнению обычных двумерных линейных сверток. Это делает возможным использовать при реализации ФВ известные методы и алгоритмы многомерной линейной фильтрации и дать наглядную интерпретацию процессу нелинейной фильтрации через введенное понятие блочной свертки. Предложенный подход может стать основой разработки параллельных вычислительных структур для реализации быстродействующих алгоритмов нелинейной фильтрации на основе использования методов параллельных вычислений на базе структур систолического типа.

## *Список литературы*

1. **Pitas, I.** Nonlinear digital filters: principles and applications / I. Pitas, A. N. Venetsanopoulos. – Kluver Academic Publishers, 1990. – 391 p.
2. **Mathews, V. J.** Polynomial signal processing / V. J. Mathews, G. L. Sicuranza. – John Wiley & Sons, Inc., 2000. – 452 p.
3. **Щербаков, М. А.** Цифровая полиномиальная фильтрация: теория и приложение / М. А. Щербаков. – Пенза : Изд-во Пенз. гос. техн. ун-та, 1997. – 246 с.

4. **Щербаков, М. А.** Метод синтеза цифровых полиномиальных фильтров с помощью базисных частотных функций / М. А. Щербаков, С. В. Сорокин // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2007. – № 4. – С. 74–86.
5. **Щербаков, М. А.** Матричное представление цифровых полиномиальных фильтров. / М. А. Щербаков // Надежность и качество : тр. Междунар. симпозиума. – Пенза : Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2002. – С. 469–472.
6. СБИС для распознавания образов и обработки изображений / под. ред. К. Фу. – М. : Мир, 1988. – 248 с.

## *References*

1. Pitas I., Venetsa-nopoulos A. N. *Nonlinear digital filters: principles and applications*. Kluver Academic Publishers, 1990, 391 p.
2. Mathews V. J., Sicuranza G. L. *Polynomial signal processing*. John Wiley & Sons, Inc., 2000, 452 p.
3. Shcherbakov M. A. *Tsifrovaya polinomial'naya fil'tratsiya: teoriya i prilozhenie* [*Digital polynomial filtering: theory and application*]. Penza: Izd-vo Penz. gos. tekhn. un-ta, 1997, 246 p.
4. Shcherbakov M. A., Sorokin S. V. *University proceedings. Volga region*. *Engineering sciences*. 2007, no. 4, pp. 74–86.
5. Shcherbakov M. A. *Nadezhnost' i kachestvo: tr. Mezhdunar. simpoziuma* [Reliability and Quality: Proceedings of the International Symposium]. Penza: Izd-vo Penz. gos. un-ta, 2002, pp. 469–472.
6. *SBIS dlya raspoznavaniya obrazov i obrabotki izobrazheniy* [VLSI for Pattern Recognition and Image Processing]. Ed. K. Fu. Moscow: Mir, 1988, 248 p.

***Щербаков Михаил Александрович***
доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой автоматики и телемеханики, Пензенский государственный университет (Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: mashcherbakov@yandex.ru

***Shcherbakov Mikhail Aleksandrovich***
Doctor of engineering sciences, professor, head of sub-department of automation and remote control, Penza State University (40 Krasnaya street, Penza, Russia)

***Сазонов Владимир Васильевич***
кандидат технических наук, доцент, кафедра автоматики и телемеханики, Пензенский государственный университет (Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: mashcherbakov@yandex.ru

***Sazonov Vladimir Vasil'evich***
Candidate of engineering sciences, associate professor, sub-department of automation and remote control, Penza State University (40 Krasnaya street, Penza, Russia)

***Исянов Руслан Николаевич***
кандидат технических наук, доцент, кафедра автоматики и телемеханики, Пензенский государственный университет (Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: mashcherbakov@yandex.ru

***Isyanov Ruslan Nikolaevich***
Candidate of engineering sciences, associate professor, sub-department of automation and remote control, Penza State University (40 Krasnaya street, Penza, Russia)

УДК 621.396 + 681.5.015.52
**Щербаков, М. А.**
**Матричная реализация двухмерных дискретных фильтров Вольтерра** / М. А. Щербаков, В. В. Сазонов, Р. Н. Исянов // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2014. – № 1 (29). – С. 64–71.